


| | |
|--|---|
|  <p>FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA Departamento de Matemática</p> | <p>INTRODUÇÃO À INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL</p> <p>2º Teste</p> <p>17 de dezembro de 2015 - Duração: 90 min</p> |
|--|---|

ATENÇÃO: QUALQUER FRAUDE DETETADA NESTE TESTE IMPLICARÁ A REPROVAÇÃO NO CORRENTE ANO LETIVO NESTA UNIDADE CURRICULAR E SERÁ PARTICIPADA AO CONSELHO DIRETIVO PARA PROCEDIMENTO DISCIPLINAR.

I

Considere um problema de Teoria da Decisão caracterizado pelo quadro seguinte onde se indicam os **custos** (em unidades monetárias) associados a cada par (decisão; estado da natureza):

| | θ_1 | θ_2 | θ_3 | θ_4 |
|----------|------------|------------|------------|------------|
| A | 160 | 120 | 80 | 70 |
| B | 110 | 115 | 105 | 130 |
| C | 115 | 110 | 120 | 100 |

- a)** Como classificaria um agente de decisão que optasse pela decisão A? Justifique sucintamente (1,5)
- b)** Suponha que a probabilidade de ocorrerem os estados da natureza θ_1 e θ_2 são 0,15 e 0,5, respetivamente. Determine as probabilidades dos restantes estados da natureza de modo a que as decisões **A** e **C** apresentem o mesmo valor esperado de custo. (1,5)

II

1 - Considere um sistema de filas de espera M/M/1 e admita que o servidor demora em média 3 minutos a atender cada cliente. Sabe-se ainda que, em média, encontram-se 3 clientes no sistema.

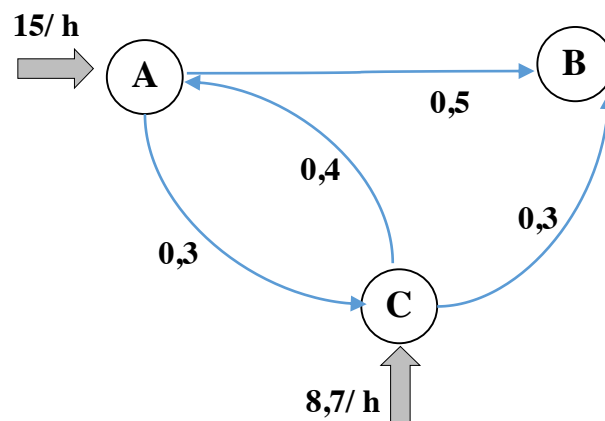
- a)** Determine a taxa média de chegadas a este sistema. (0,5)
- b)** Determine o tempo médio que cada cliente aguarda pelo seu atendimento. (1,0)

Nota: Se não resolveu a alínea a), assuma que a taxa média de chegadas a este sistema é de 12 clientes por hora.

- c)** Caracterize estatisticamente, o processo de saída de clientes do sistema a cada 5 horas. Justifique. (1,0)

2 - Considere o sistema de filas de espera (de tipo M/M/1 e M/M/s) que se esquematiza abaixo. Os clientes, vindos do exterior, ou se dirigem ao setor A segundo um processo Poissoniano com taxa média igual a 15 clientes por hora, ou entram diretamente no setor C segundo um processo Poissoniano com taxa média de 8,7 clientes por hora. Sabe-se ainda que as taxas efetivas de entrada nos setores B e C são iguais.

No esquema seguinte estão indicadas as possibilidades de transição entre setores e respectivas probabilidades:



a) Determine as taxas efetivas de chegada de clientes a cada um dos setores A, B e C.

(1,0)

b) Tendo em conta os resultados apresentados no quadro abaixo, determine o tempo médio de permanência de um cliente no sistema.

(1,0)

| | | | |
|-----------|-------------|-------------|-------------|
| λ | λ_A | λ_B | λ_C |
| μ | 14 | 20 | 18 |
| L | 3,4286 | 3,0000 | 5,0000 |
| W | 0,1633 | 0,2000 | 0,3333 |

III

O porto de Lisboa está a avaliar o seu sistema de descarga de contentores que chegam em cada camião para serem enviados por via marítima. No período de maior tráfego (das 7h00 às 10h00) o intervalo de tempo entre chegadas consecutivas de camiões ao porto segue uma distribuição exponencial de média 15 mins.

A tonelagem de cada camião que chega ao terminal de descargas é também uma variável aleatória cuja distribuição de probabilidade obtida a partir de dados históricos é dada na tabela seguinte.

| Tonelagem | 20 | 24 | 26 | 30 |
|----------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Probabilidade | 0.20 | 0.15 | 0.25 | 0.40 |

Notas: i) Se $X \sim \text{Exponencial}(\lambda)$ então $F_X(x) = 1 - e^{-\lambda \cdot x}, x \geq 0$

ii) Apresente os seus resultados no formato hh,decimal em vez de hh:mm:ss.

a) Utilizando a sequência de NPA's $U[0; 1]$ seguinte, gere os momentos de chegada dos camiões no período entre as 7h00 e as 7h30.

0,634 0,236 0,748 0,292 0,011 0,402

(1,0)

b) Para gerar a tonelagem dos camiões que chegam ao porto a partir das 7h, considere os seguintes NPA's $U[0; 1]$: **0,811 0,018 0,975 0,253 0,831**

Determine a tonelagem do primeiro camião que chega depois das 7h30.

(0,5)

c) O tempo que a única grua do porto demora para descarregar cada camião segue uma distribuição Uniforme[15;25] (min). Quanto tempo espera o 2º camião para iniciar o seu descarregamento?

Utilize os NPA's $U[0;1]$: **0,904 0,266 0,610 0,231 0,483 0,194**

(1,0)