

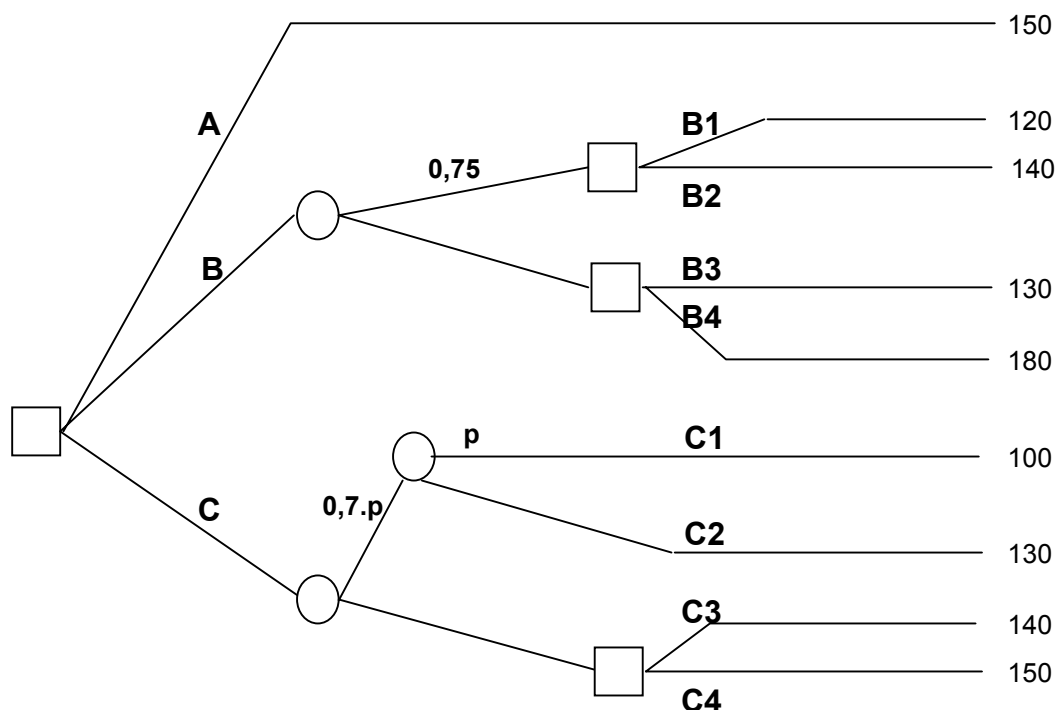


ATENÇÃO : QUALQUER FRAUDE DETECTADA NESTE EXAME IMPLICARÁ A REPROVAÇÃO NO CORRENTE ANO LECTIVO NESTA DISCIPLINA E SERÁ PARTICIPADA AO CONSELHO DIRECTIVO PARA PROCEDIMENTO DISCIPLINAR.

1ª Parte

I

Considere o problema de decisões sequenciais representado pela seguinte Árvore de Decisão:



Sabendo que os valores terminais correspondem a custos (em u.m.), discuta a decisão inicial a recomendar, em função da probabilidade p .
(3,0)

II

1 – Considere uma Fila de Espera do tipo M/M/1, com uma taxa média de chegada igual a 5 clientes por hora. Sabe-se que a probabilidade de um cliente permanecer no sistema mais do que 10 minutos é de 18,7%.

a) Determine a taxa média de serviço.

(1,5)

b) Determine a dimensão média da fila.

Nota: Caso não tenha resolvido a) assuma que a taxa média de serviço é igual a 12 clientes/h.

(0,5)

FORMULÁRIO E ANEXO NO VERSO !

II 2 →

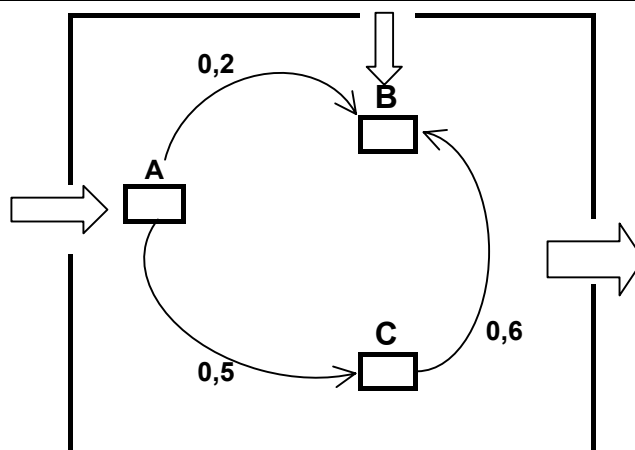
2 – Considere o sistema de Redes de Filas de Espera representado no esquema abaixo. Admita que todas as filas de espera ou são do tipo M/M/1, ou do tipo M/M/s.

Os clientes podem entrar do exterior em direcção ao sector A, ou em direcção ao sector B. Sabe-se que os clientes que entram no sistema dirigindo-se ao sector A chegam segundo um Processo Poissoniano com taxa média igual a 18 por hora. Os clientes que entram directamente para o sector B chegam segundo um Processo Poissoniano com taxa média igual a 2 clientes por hora.

Do sector A, 20% dos clientes transitam para o sector B, 50% transitam para o sector C e os restantes deixam o sistema. Do sector C, 60% dos clientes transitam para o sector B e os restantes deixam o sistema. Depois de atendidos no sector B, todos os clientes deixam o sistema.

A taxa de serviço nos diferentes sectores, por servidor, é dada na tabela seguinte:

Sector	A	B	C
μ (por hora)	12	13	13



a) Determine as taxas de chegada aos diferentes sectores.

(1,0)

b) Proponha, justificando devidamente, o número de servidores que deveria estar ao serviço em cada sector.

(1,0)

c) A partir dos resultados apresentados no **Anexo**, determine o tempo médio de permanência de um cliente no sistema.

(1,0)

III

O processo de chegada de clientes a uma dada Fila de Espera é Poissoniano com taxa média igual a 12 por hora. Cada cliente origina uma duração de atendimento com distribuição Uniforme[1 ; 3] (min.).

a) Assumindo que a Fila de Espera se começa a formar às 9 h, proceda à geração dos instantes de chegada dos primeiros 3 clientes, utilizando os NPA's $U[0;1]$ seguintes:

0,1526 0,3063 0,4413 0,8898 0,0202 0,7723 0,1453 0,7020 0,4005 0,3174

Nota: Utilize o formato hh,decimal e não hh:mm:ss.

(1,0)

b) Proceda à geração das durações de atendimento dos primeiros 3 clientes, utilizando os NPA's $U[0;1]$ seguintes:

0,0730 0,0229 0,5279 0,8635 0,5836 0,3996 0,8867 0,5824 0,2867 0,6288

(0,5)

c) Determine o tempo de permanência no sistema do 2º cliente.

(0,5)

FORMULÁRIO

$X \sim \text{Exponencial}(\lambda)$: $F_X(x) = 1 - e^{-\lambda \cdot x}$, $x > 0$

Modelo M/M/1

- ♦ $L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$
- ♦ Tempo de Espera no sistema M/M/1: $w \sim \text{Exponencial}(\mu(1-\rho))$

Fórmula de Pollaczek-Khintchine: $L_q = \frac{\lambda^2 \sigma^2 + \rho^2}{2(1-\rho)}$

ANEXO

Modelo:	M/M/1	M/M/1	M/M/1	M/M/1	M/M/1	M/M/1
λ (por hora)	8	9	8	9	10	11
μ (por hora)	10	10	13	13	13	13
L	4	9,000	1,600	2,250	3,333	5,500
W (h)	0,5	1,000	0,200	0,250	0,333	0,500

Modelo:	M/M/2	M/M/2	M/M/2	M/M/2	M/M/2	M/M/2	M/M/3
λ (por hora)	8	9	8	9	11	18	18
μ (por hora)	10	10	13	13	13	12	12
L	0,952381	1,1285	0,6797	0,7866	1,0306	3,4286	1,7368
W (h)	0,119048	0,125392	0,085	0,0874	0,0937	0,1905	0,0965

 FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA Departamento de Matemática	INTRODUÇÃO À INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL Exame de Época Normal 6 de Janeiro de 2010
--	--

ATENÇÃO : QUALQUER FRAUDE DETECTADA NESTE EXAME IMPLICARÁ A REPROVAÇÃO NO CORRENTE ANO LECTIVO NESTA DISCIPLINA E SERÁ PARTICIPADA AO CONSELHO DIRECTIVO PARA PROCEDIMENTO DISCIPLINAR.

2ª Parte

IV

O responsável por uma missão humanitária está a planear o envio de materiais para a sua missão no campo de refugiados

É necessário enviar-se para o campo de refugiados, com a maior urgência, embalagens de comida liofilizada, caixas de pastilhas para desinfecção de água, *kits* de primeiros socorros, fatos de protecção, um depósito de combustível e um gerador eléctrico. Para efectuar o transporte do aeroporto mais próximo até ao campo de refugiados vai fretar três camiões, com carga máxima de, respectivamente, 3.5, 4 e 5 toneladas.

Todos os camiões podem transportar qualquer tipo de material.

Por razões de segurança, o depósito de combustível e o gerador eléctrico deverão ser obrigatoriamente transportados em camiões separados.

A tabela seguinte apresenta o peso de cada objecto a transportar, bem como a utilidade associada a cada um dos materiais:

Material:	Embalagens de comida liofilizada	Caixas de pastilhas	Kits de primeiros socorros	Fatos de protecção	Depósito de combustível	Gerador
Peso (Kg)	0.200	0.030	0.5	1	100	70
Utilidade (utis)	90	100	95	20	100	100

Pretende-se maximizar a utilidade total dos objectos transportados para a missão humanitária.

a) Formule o problema com um modelo de Programação Linear, que poderá incluir variáveis inteiras e/ou binárias.
(2,0)

b) Admita agora que, dado que a equipa tem, neste momento, dois grupos de 10 elementos, ou são transportados pelo menos 20 fatos de protecção, ou então serão enviados apenas 10. Como formularia tal condição?
(1,0)

V

Considere o seguinte problema de Programação Linear:

$$\text{Maximizar } F = X + 3Y - Z + 2W$$

sujeito a

$$X + 2Y + Z + 4W \leq 40$$

$$2X + Y - Z - W \geq 20$$

$$X - Y + 2W \geq 30$$

$$X, Y, Z, W \geq 0$$

Designado por F_i a variável de folga correspondente à i -ésima restrição, sabe-se que a base óptima do problema é constituída pelas variáveis X , Y e F_2 .

a) Recorrendo à Formulação Matricial do Simplex, verifique que a base indicada é efectivamente óptima e escreva o correspondente Quadro do Simplex.

(2,0)

b) Considere que se introduzia a restrição $3/2 X - Z + W \leq 40$. Será que a solução óptima anteriormente determinada se mantinha óptima? Justifique e, em caso negativo, determine a nova solução óptima.

(2,0)

VI

Três fábricas F1, F2 e F3 abastecem quatro supermercados S1, S2, e S3 de determinado produto.

No quadro seguinte apresenta-se os custos de transporte (em u.m.) de uma unidade do referido produto, de cada fábrica para cada supermercado, bem como a capacidade semanal de produção de cada fábrica e a procura semanal de cada supermercado.

		Supermercados			Produção
		S1	S2	S3	
Fábricas	F1	5	4	1	40
	F2	3	2	8	30
	F3	6	12	9	30
Procura		10	50	30	

Só a fábrica F3 tem capacidade de armazenamento, pelo que a produção das fábricas F1 e F2 deve ser totalmente escoada.

Pretende-se saber qual o melhor plano semanal de transporte para que o custo total seja mínimo.

a) Determine uma solução óptima para o problema apresentado, utilizando o Algoritmo dos Transportes, e a regra do Custo Mínimo para arbitrar a solução inicial.

(2,0)

b) Será possível que a fábrica F1 divida igualmente a sua produção, apenas pelos supermercados S2 e S3 sem aumentar o custo total de transporte obtido na alínea a) ? Justifique.

(1,0)